

Aufgabensammlung zum neuen Ansatz nach PISA. Mit allen neuen Aufgabenformen, Kopfrechnen, Kopfgeometrie und den neuen Prüfungsaufgaben.

Laut PISA-Studie weisen deutsche Schüler Schwächen auf, wenn es um komplexe Aufgaben- und Textstrukturen geht. Genau hier setzen die neuen Aufgabenformen an: Sie stärken grundlegende mathematische Kompetenzen, fördern das Mathematisieren von Sachverhalten und greifen das Vorwissen der Schüler auf.

Der Band enthält:

- *Aufgaben zum Vernetzen sowie Erweitern und Variieren von Routineaufgaben*
 - Fehleraufgaben
 - Aufgaben zum Weiterdenken/Weiterfragen/Variieren
 - Aufgaben in größerem Kontext
 - Verbalisierung
- *Aufgaben zum Problemlösen und kreativen Denken*
 - Offene Aufgaben
 - Über- und unterbestimmte Aufgaben
 - Rückwärtsdenken
 - Konkretes Schätzen
 - Besondere Aufgaben
 - Aufgaben zum Hinterfragen
 - Aufgaben zum Experimentieren
 - Aufgaben mit mehreren Lösungswegen
- Kopfrechnen
- Kopfgeometrie
- Neue Prüfungsaufgaben

Der Autor:

Otto Mayr – Sekundarstufenlehrer, Autor zahlreicher bekannter Kopiervorlagen

Otto Mayr



Neue Aufgabenformen im Mathematik- unterricht

Aufgaben vernetzen –
Probleme lösen – kreativ denken

5.–10. Klasse

Otto Mayr

Neue Aufgabenformen im Mathematikunterricht

Aufgaben vernetzen –
Probleme lösen – kreativ denken

5.–10. Klasse

Kopiervorlagen mit Lösungen

Gedruckt auf umweltbewusst gefertigtem, chlorfrei gebleichtem und alterungsbeständigem Papier.

2. Auflage 2008

Nach den seit 2006 amtlich gültigen Regelungen der Rechtschreibung

© by Brigg Pädagogik Verlag GmbH, Augsburg

Alle Rechte vorbehalten.

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages. Hinweis zu § 52 a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

ISBN 978-3-87101-276-1

www.brigg-paedagogik.de

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	5
1. Neukonzeption des Mathematikunterrichts	6
1.1 Neukonzeption der Mathematikprüfung	6
1.1.1 Begründung	6
1.1.2 Beispiel einer grundlegenden Konzeption	6
1.2 Neukonzeption des Mathematiklehrplans – inhaltliche Änderungen	7
1.2.1 Schwerpunkte	7
1.2.2 Problem der Segmentierung	7
1.2.3 Besondere Bedeutung des Kopfrechnens	7
1.2.4 Besondere Bedeutung der Kopfgeometrie	8
1.3 Neue Aufgabenkultur	9
2. Neue Aufgabenformen	10
2.1 Fehleraufgaben	10
2.2 Aufgaben zum Weiterdenken/Weiterfragen/Variieren	24
2.3 Aufgaben in größerem Kontext	28
2.4 Verbalisierung	31
2.5 Offene Aufgaben	36
2.6 Über- und unterbestimmte Aufgaben	41
2.7 Rückwärtsdenken	44
2.8 Konkretes Schätzen	47
2.9 Besondere Aufgaben	53
2.10 Aufgaben zum Hinterfragen	57
2.11 Aufgaben zum Experimentieren	61
2.12 Aufgaben mit mehreren Lösungswegen	69
3. Kopfrechnen/Aufgaben zu allen Lernbereichen	71
4. Kopfgeometrie/Aufgaben zu allen Geometriebereichen	80
5. Neue Prüfungsaufgaben/Musteraufgaben	94
6. Lösungen	110

Vorwort

Alles PISA oder was? In Abwandlung eines alten Werbeslogans könnte man die Aufregung der vergangenen Jahre im schulischen Bereich wohl durchaus so umschreiben. Über den Sinn und Unsinn solcher Tests lässt sich trefflich diskutieren; Fakt ist jedoch, dass die Ergebnisse der internationalen Vergleichstests in letzter Zeit gezeigt haben, dass deutsche Schüler im Bereich Mathematik ganz spezifische Schwächen aufweisen.

Sie haben Probleme, wenn es um komplexe Aufgaben- und Textstrukturen, um Ungewohntes, um die flexible Verbindung verschiedener Sachgebiete geht. Aus diesen Erkenntnissen heraus hat die Fachdidaktik die Forderung nach **neuen Aufgabenformen im Mathematikunterricht** gestellt. Dies bedeutet nicht, dass der bisherige Weg abgewertet werden soll; vielmehr ist an eine Ergänzung der bestehenden Aufgabenkultur gedacht. Die Bedeutung von Kopfrechnen und Kopfgeometrie wird besonders betont. Aufgaben zum Vernetzen von Routineaufgaben und Aufgaben zum Problemlösen und kreativen Denken sollen in besonderer Weise in den Mathematikunterricht einfließen.

Diesem neuen Ansatz ist dieser Band gewidmet. Als neue Aufgabentypen finden sich im Einzelnen:

Fehleraufgaben sollen die Schüler für falsche Rechenwege und Lösungen sensibilisieren. *Aufgaben zum Weiterdenken* dienen dazu, die engen Grenzen hinauszuschieben. *Aufgaben in größerem Kontext* verlangen umfassendes Denken und Zusammenarbeit in Gruppen. Die *Verbalisierung* fordert den Schüler auf, mathematische Elemente gezielt zu erläutern oder selbst Aufgaben zu stellen. *Offene Aufgaben* ermöglichen dem Schüler einen großen Gestaltungsfreiraum, bei *über- bzw. unterbestimmten Aufgaben* muss sich der Schüler mit dem Problem auseinandersetzen, dass im Text Angaben zu finden sind, die nicht zur Lösung beitragen bzw. dass einzelne Aufgaben nicht zu lösen sind, weil eine wichtige Angabe fehlt. *Rückwärtsdenken* heißt: von der Lösung zur Aufgabenstellung. Eine herausragende Stellung nimmt das *konkrete Schätzen* ein. Angewandte Mathematik im Alltag bezeichnet diesen Ansatz am treffendsten. *Besondere Aufgaben, Aufgaben zum Hinterfragen, Aufgaben zum Experimentieren* fördern die Kreativität der Schüler in besonderer Weise. *Aufgaben mit mehreren Lösungswegen* machen nochmals deutlich: Es geht meist auch anders.

Neue Prüfungsaufgaben nach Vorgabe des Kultusministeriums runden diesen Band ab. Der Lehrer / die Lehrerin findet hier eine Menge an Material, mit dem er / sie seinen / ihren Mathematikunterricht im Sinne der neuen Aufgabenformen sinnvoll ergänzen kann.

Otto Mayr

Thema: 1. Neukonzeption des Mathematikunterrichts	
Inhalt: 1.1 Neukonzeption der Mathematikprüfung	

1.1.1 Begründung

Die Ergebnisse der internationalen Vergleichstests der letzten Jahre haben gezeigt, dass deutsche Schüler Schwächen aufweisen, wenn es um komplexe Aufgaben- und Textstrukturen, um Ungewohntes, um die flexible Verbindung verschiedener Sachgebiete geht.

Arithmetik	einfache Algorithmen	Algebra	Geometrie	Ungewohntes
Stärken deutscher Schüler/-innen		Schwächen deutscher Schüler/-innen		
Maßeinheiten	Datendarstellung	<i>geringe Flexibilität</i>		
Reproduktion	Aufgaben, die in einem Schritt zu lösen sind	<i>komplexe Aufgabenstruktur</i>		
		<i>Mängel in der Verbindung verschiedener Sachgebiete</i>		

Aus diesen Erkenntnissen heraus hat die Fachdidaktik die Forderung nach neuen Aufgabenformen im Mathematikunterricht gestellt. Dabei muss das Beherrschen grundlegender mathematischer Kompetenzen verstärkt werden; neben Routineabläufen erhält das Mathematisieren von Sachverhalten große Bedeutung.

Daneben gewinnt auch das Kopfrechnen wieder an Bedeutung und soll als Element der Prüfung zum Tragen kommen.

Diese Veränderungen fließen in den neuen Lehrplan ein und finden ihren Niederschlag in der für das Fach Mathematik neu konzipierten Prüfung zum qualifizierenden Abschluss (QA).

1.1.2 Beispiel einer grundlegenden Konzeption (QA in Bayern)

Das neue Prüfungsformat besteht aus einem Teil I, in dem die neuen Aufgabenformen ohne Verwendung des Taschenrechners und einer Formelsammlung in 30 Minuten zu lösen sind, und einem Teil II, der den bisherigen Aufgaben der besonderen Leistungsfeststellung ähnlich ist.

Hierfür stehen 70 Minuten zur Verfügung, so dass die gesamte Prüfungszeit – wie bisher – 100 Minuten beträgt.

Die Aufteilung der Punkte erfolgt in der Weise, dass in Teil I ein Drittel und in Teil II zwei Drittel der Gesamtpunktzahl vergeben werden. Jeder Schüler muss Teil I komplett und aus Teil II die zwei von der Feststellungskommission ausgewählten Aufgabengruppen bearbeiten.

Thema: 1. Neukonzeption des Mathematikunterrichts	
Inhalt: 1.2 Neukonzeption des Mathematiklehrplans – inhaltliche Änderungen	

1.2.1 Schwerpunkte

Der neue Lehrplan setzt folgende Schwerpunkte:

- Sachbezogenes Rechnen in Verbindung mit einer neuen Aufgabenkultur
- Raumvorstellung, unterstützt durch die Kopfgeometrie
- Normalverfahren haben weniger Gewicht; der Schwerpunkt liegt auf dem Bereich des Kopfrechnens
- Beschränkung bei den gewöhnlichen Brüchen; der Schwerpunkt ist das Rechnen mit Dezimalbrüchen
- Verknüpfung mathematischen Denkens
- Verschiedene Rechenwege sind ausdrücklich erwünscht

1.2.2 Problem der Segmentierung

Ein großes Manko des herkömmlichen Mathematikunterrichts stellte die Segmentierung dar. Man teilte den Stoff in passende, leicht verständliche Segmente ein und vernachlässigte dabei oft den Gesamtzusammenhang. Ein solcher Unterricht räumt den Schülern die Hindernisse aus dem Weg. In der Folge erscheint die Problemlösung leicht verständlich zu sein, weil der Lehrer den genauen Weg des Verständnisses vorgezeichnet hat. Aber wenn die Erinnerung an diesen Weg nicht mehr vorhanden ist, zeigt sich, dass ein wirkliches Verständnis nie vorhanden war.

Bei dieser Aufteilung in kleine Segmente hatte man oft das Gefühl, immer wieder von vorne beginnen zu müssen,

- weil die Schüler die Zusammenhänge nicht wirklich verstehen
- weil ihnen ein Grundverständnis fehlt
- weil Grundwissen nicht abrufbar ist.

Dieser Gefahr will der neue Lehrplan durch einen bewussten Verzicht auf diese Segmentierung begegnen. Ob und inwieweit dieses Vorhaben in der Praxis umgesetzt werden kann, liegt natürlich nicht zuletzt auch an den grundsätzlichen mathematischen Möglichkeiten der Schüler. Manchen wird dieser Ansatz überfordern; dies widerspricht jedoch nicht dem Versuch, dem Schüler einen besseren mathematischen Gesamtzusammenhang zu vermitteln.

1.2.3 Besondere Bedeutung des Kopfrechnens

Zur Förderung der Rechenfertigkeit kommt dem überschlägigen Kopfrechnen im neuen Lehrplan ein hoher Stellenwert zu. Ob im Bereich der natürlichen Zahlen (Abschätzen großer Zahlen, Zahlen runden, Schaubilder darstellen), in Verbindung mit den Grundrechenarten, bei der Anwendung von Dezimalbrüchen – überall wird dem Kopfrechnen eine besondere Bedeutung beigemessen.