Originalprüfung Haupttermin Mathematik Abi BW 2004

Pflichtteil

Aufgabe 1

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \frac{x^2}{x^2+3}$ und vereinfachen Sie $f'(x)$. (2VP)

Aufgabe 2

Geben Sie eine Stammfunktion der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{x^2} + \sin(2x)$ an. (2VP)

Aufgabe 3

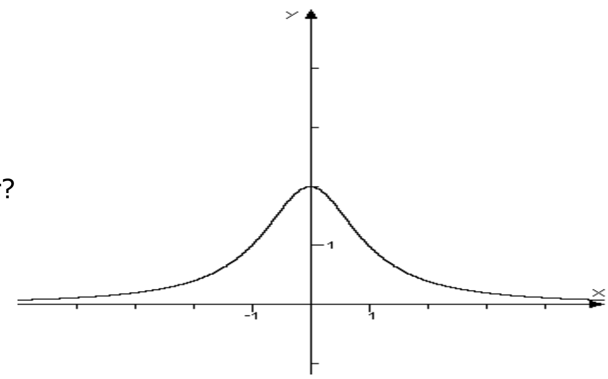
Lösen Sie die Gleichung $e^{4x} - 11e^{2x} + 18 = 0$. (3VP)

Aufgabe 4

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{2}{x} + 2$; $x \neq 0$.

Das Schaubild von f hat im Punkt P(1/v) die Tangente t.
Ermitteln Sie eine Gleichung von t.
Die Tangente t schneidet die x-Achse im Punkt S.
Bestimmen Sie die Koordinaten von S. (3VP)

Aufgabe 5



Die Abbildung zeigt das Schaubild der Ableitungsfunktion f' einer Funktion f.
Welche der folgenden Aussagen über die Funktion f sind wahr, falsch oder unentscheidbar?

Begründen Sie Ihre Antworten.

(1) f ist streng monoton wachsend für $-3 \leq x \leq 3$.

(2) Das Schaubild von f hat mindestens einen Wendepunkt.

(3) Das Schaubild von f ist symmetrisch zur y-Achse.

(4) Es gilt $f(x) \succ 0$ für alle $x \in \{-3; 3\}$. (6VP)

Aufgabe 6

Gegeben sind die Gerade g und die Ebene E durch

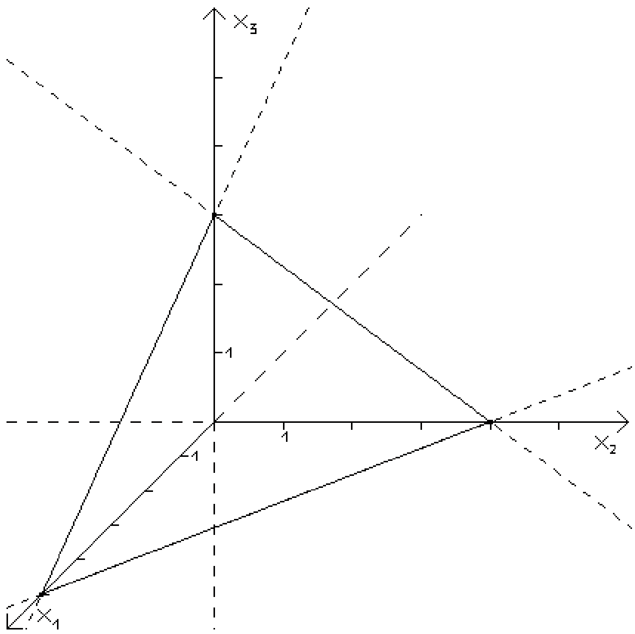
g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$; t$\in \Re$ und E: $4x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11$

Prüfen Sie nach, ob der Punkt A(3/0/2) auf der Geraden g liegt.
Zeigen Sie: Die Gerade g ist orthogonal zur Ebene E.
Bestimmen Sie die Koordinaten desjenigen Punktes der Ebene E, welcher vom Punkt A den kleinsten Abstand hat.

(4VP)

Aufgabe 7

Ermitteln Sie eine Koordinatengleichung der dargestellten Ebene.



(3VP)

Aufgabe 8

Gegeben sind im Raum eine Gerade g und ein Punkt A, der nicht auf g liegt. Beschreiben Sie ein Verfahren zur Bestimmung des Abstandes von A zu g. (3VP)

Originalprüfung Haupttermin Mathematik Abi BW 2005

Pflichtteil

Aufgabe 1

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x)=x^3e^{2x}$. (2VP)

Aufgabe 2

Bestimmen Sie eine Stammfunktion der Funktion f mit $f(x)=4\cos\left(\frac{1}{2}x\right)-\frac{1}{4}x^4$. (2VP)

Aufgabe 3

Lösen Sie die Gleichung $x^5-3x^3-4x=0$. (3VP)

Aufgabe 4

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x)=4-\frac{4}{x^2}$; $x\neq 0$.

Geben Sie die Asymptoten des Schaubilds von f an.
Skizzieren sie damit das Schaubild von f.
Ermitteln Sie eine Gleichung der Normalen im Punkt P(2/f(2)). (4VP)

Aufgabe 5

Gegeben sind die Schaubilder der Funktion f mit $f(x)=x^2e^x$, Ihrer Ableitungsfunktion f', einer Stammfunktion F von f und der Funktion g mit $g(x)=\frac{1}{f(x)}$.

a) Begründen Sie, dass nur Bild 1 das Schaubild der Funktion f sein kann.

b) Ordnen Sie die Funktionen f', F und g den übrigen Schaubildern zu und begründen Sie Ihre Entscheidung.

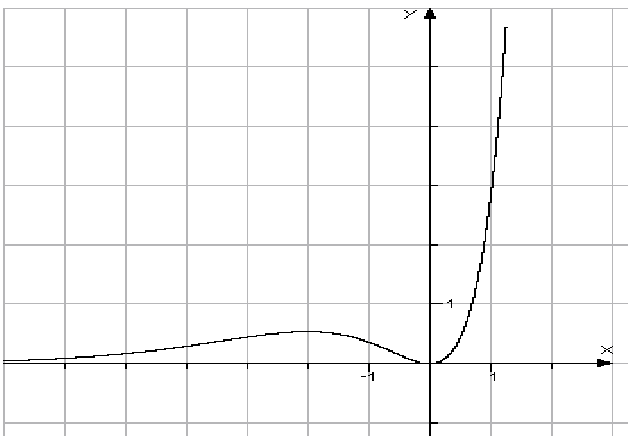


Bild 1

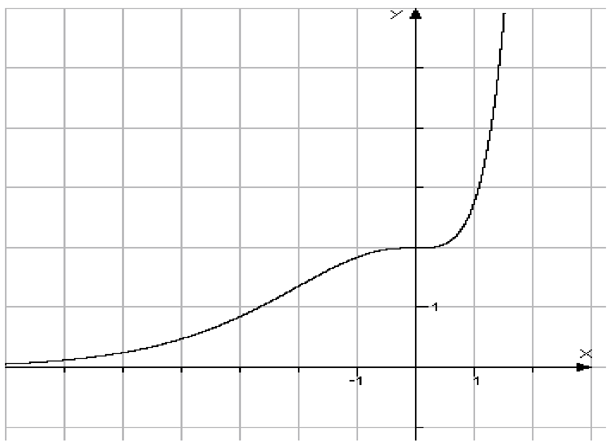


Bild 2

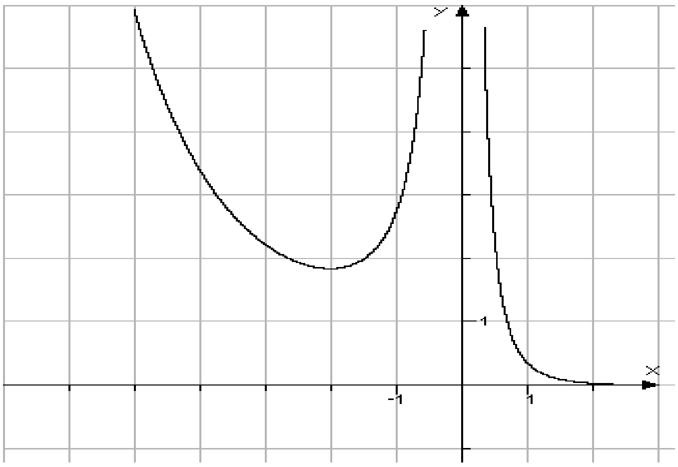


Bild 3

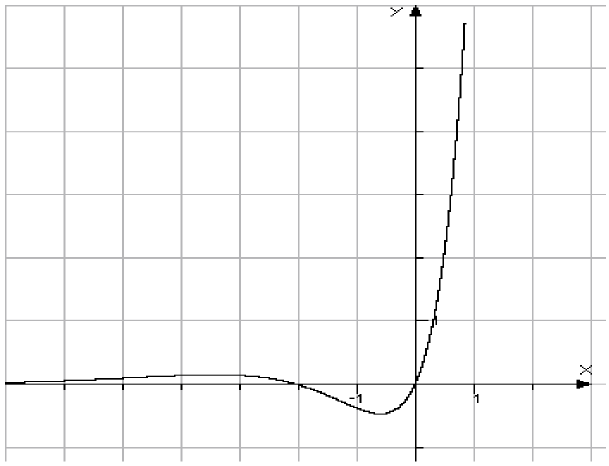


Bild 4

(5 VP)

Aufgabe 6

Lösen Sie das lineare Gleichungssystem:

$$x_1 + 4x_2 + x_3 = 10$$
$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 8$$
$$x_1 + x_2 - x_3 = 3$$

Wie lassen sich ein solches Gleichungssystem und seine eindeutige Lösung geometrisch deuten? (4VP)

Aufgabe 7

Ermitteln Sie eine Koordinatengleichung der Ebene, die den Punkt A(2/-1/-2) und die Gerade g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; t∈ $\Re$ enthält. (3VP)

Aufgabe 8

Gegeben sind eine Ebene E und ein Punkt P, der nicht in E liegt.
P wird an E gespiegelt.
Beschreiben Sie ein Verfahren, um den Bildpunkt P' zu bestimmen.
Fertigen Sie dazu eine Skizze an. (3VP)

Originalprüfung Haupttermin Mathematik Abi BW 2006

Pflichtteil

Aufgabe 1

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{8}\sin\left(4x^2\right)$. (2VP)

Aufgabe 2

Geben Sie eine Stammfunktion der Funktion f mit $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}x^3$ an. (2VP)

Aufgabe 3

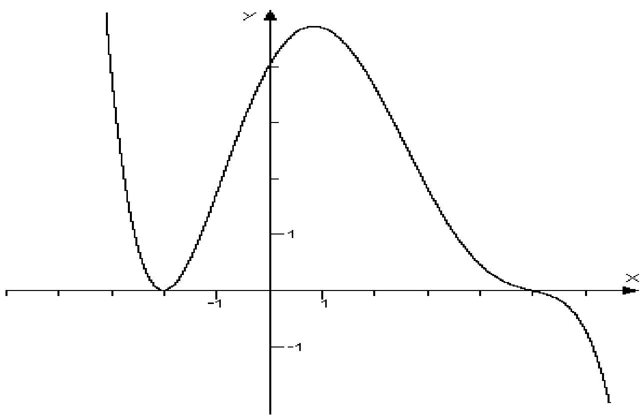
Die Funktion f mit f(x)= $x^3 - 3x^2 - x + 3$ hat die Nullstelle $x_1 = 1$.
Bestimmen Sie die weiteren Nullstellen. (3VP)

Aufgabe 4

Das Schaubild einer ganzrationalen Funktion dritten Grades berührt die x-Achse im Ursprung. Der Punkt H(1/1) ist der Hochpunkt des Schaubilds.
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung. (4VP)

Aufgabe 5

Schaubild von f'



Die Abbildung zeigt das Schaubild der Ableitungsfunktion f' einer Funktion f.
Geben Sie für jeden der folgenden Sätze an, ob er richtig, falsch oder nicht entscheidbar ist.
Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

(1) Das Schaubild von f hat bei x=-2 einen Tiefpunkt.

(2) Das Schaubild von f hat für $-3 \le x \le 6$ genau zwei Wendepunkte.

(3) Das Schaubild von f verläuft im Schnittpunkt mit der y-Achse steiler als die erste Winkelhalbierende.

(4) $f(0) \succ f(5)$ (5VP)

Aufgabe 6

Gegeben sind die Ebene E: $-2x_1 + x_2 - 2x_3 + 15 = 0$

und die Gerade g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -16 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$; t$\in \Re$.

a) Zeigen Sie, dass g zu E parallel ist.
b) Bestimmen Sie den Abstand der Geraden g von der Ebene E. (4VP)

Aufgabe 7

Gegeben sind die Ebenen $E_1 : 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 12$ und $E_2 : 3x_1 + 2x_2 = 6$
Stellen Sie die beiden Ebenen in einem Koordinatensystem dar.
Zeichnen Sie die Schnittgerade der beiden Ebenen ohne weitere Rechnung ein. (3VP)

Aufgabe 8

Gegeben sind zwei Punkte A und B. Diese liegen bezüglich einer Ebene E symmetrisch.
Beschreiben Sie ein Verfahren zur Bestimmung einer Gleichung von E. (3VP)

Originalprüfung Haupttermin Mathematik Abi BW 2007

Pflichtteil

Aufgabe 1

Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x)=(1+\sin x)^2$. (2VP)

Aufgabe 2

Berechnen Sie das Integral $\int_0^{\ln 2} e^{2x}dx$ (2VP)

Aufgabe 3

Lösen Sie die Gleichung $e^x-2-\frac{15}{e^x}=0$ (3VP)

Aufgabe 4

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x)=\frac{x^2}{x+1}$, $x\neq -1$.

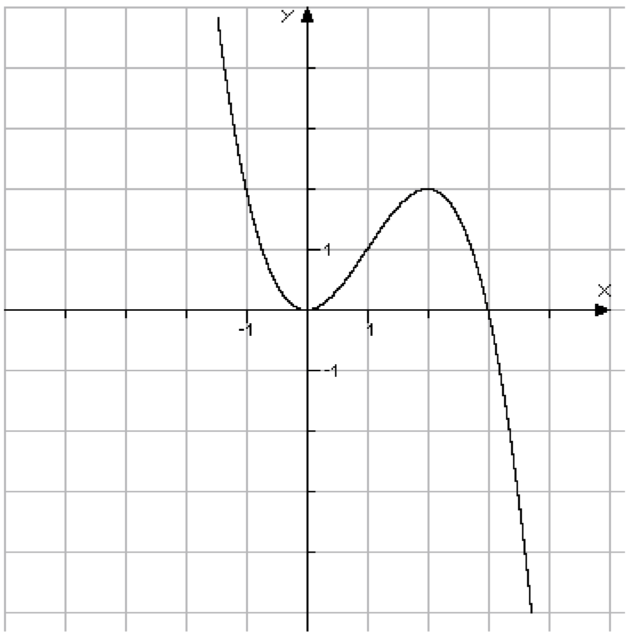
a) Bestimmen Sie die Punkte des Schaubilds von f mit waagrechter Tangente.

b) Das Schaubild von f hat im Punkt $P(1/\frac{1}{2})$ die Normale n.
Ermitteln Sie eine Gleichung von n. (4VP)

Aufgabe 5

Gegeben ist das Schaubild der Ableitung f' der Funktion f.

Schaubild von f'



a) Welche Aussagen über die Funktion f ergeben sich daraus im Hinblick auf

- Monotonie
- Extremstellen
- Wendestellen?

Begründen Sie Ihre Aussagen.

b) Es gilt $f(0)=2$.
Skizzieren Sie das Schaubild von f. (5VP)

Aufgabe 6

Lösen Sie das lineare Gleichungssystem:

$$
\begin{aligned}
3x_1 - x_2 + 2x_3 &= 7 \\
x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 14 \\
x_1 - 5x_2 - 4x_3 &= -21
\end{aligned}
$$

Interpretieren Sie das Gleichungssystem und seine Lösungsmenge geometrisch. (3VP)

Aufgabe 7

Gegeben sind die Ebenen E und F mit

E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$; $r, s \in \Re$.

F: $\left(\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = 0.$

Zeigen Sie, dass die Ebenen E und F parallel sind.
Bestimmen Sie den Abstand der Ebenen. (4VP)

Aufgabe 8

Von einem senkrechten Kegel kennt man die Koordinaten der Spitze S, die Koordinaten eines Punktes P des Grundkreises sowie eine Koordinatengleichung der Ebene E, in der der Grundkreis liegt.
Beschreiben Sie ein Verfahren, um den Mittelpunkt M und den Radius r des Grundkreises zu bestimmen. (3VP)