

Originalprüfung Haupttermin Mathematik Abi BW 2005

**Wahlteil
3. Analysisaufgabe**

3.1

Eine Forschungsgruppe versucht, die Entwicklung eines Fischbestandes in einem See durch ein mathematisches Modell zu erfassen. Zu Beginn der Untersuchung leben im See 4 Millionen Fische. Die Änderungsrate des Bestandes wird in diesem Modell durch eine Funktion f mit

$$f(t) = \frac{e^t}{(1+e^t)^2}; t \geq 0$$

beschrieben (t in Jahren seit Untersuchungsbeginn, $f(t)$ in Millionen pro Jahr).

- a) Skizzieren Sie das Schaubild von f für $0 \leq t \leq 6$.

Untersuchen Sie das Verhalten von f für $t \rightarrow \infty$.

Weisen Sie nach, dass f für $t > 0$ monoton abnimmt.

Bedeutet dies, dass der Fischbestand abnimmt?

Begründen Sie Ihre Antwort.

(6VP)

- b) Weisen Sie nach, dass die Funktion F mit $F(t) = \frac{-1}{e^t + 1}$ eine Stammfunktion von f ist.

Welcher Fischbestand ist zwei Jahre nach Beginn der Untersuchung zu erwarten?

Welcher Fischbestand ist langfristig zu erwarten?

(5VP)

3.2

Ein Teich bietet Platz für maximal 7000 Fische. In einem Modell soll angenommen werden, dass die Änderungsrate des Fischbestandes proportional zu Anzahl der noch Platz findenden Fische ist. Anfangs befinden sich 4000 Fische im Teich. Nach einem Monat sind 4400 Fische vorhanden.

Geben Sie eine zugehörige Differentialgleichung an.

Beschreiben Sie eine Funktion, welche diesen Fischbestand in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt.

Nach wie vielen Monaten sind 5000 Fische in dem Teich vorhanden?

Wie viele Fische müssten sich am Anfang im Teich befinden, damit bei unveränderten Wachstumsbedingungen erst nach fünf Monaten 5000 Fische vorhanden sind?

(7VP)