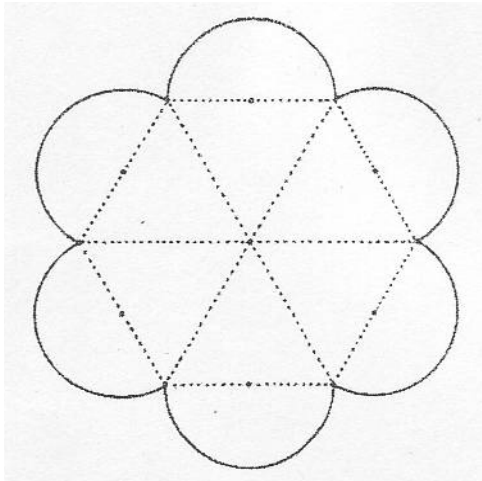
Klassenarbeit 1 Thema Kreis – und Körper – berechnung

1.Aufgabe (8Punkte)

Die nebenstehende regelmäßige Figur wird von Halbkreisen begrenzt, die den Radius r haben.
Für r= 1dm stellt sie den Querschnitt durch eine Marmorsäule dar, die 2m hoch ist.
Ein Kubikdezimeter Marmor wiegt 2,55kg.



a) Berechne den Inhalt der Querschnittsfläche.
Untersuche, ob die Säule mehr als eine Tonne wiegt.

b) Die Säule soll auf einen zylindrischen Marmorsockel gestellt werden, der höchstens 100kg wiegen darf.
Der Sockel soll 1,5dm hoch werden.

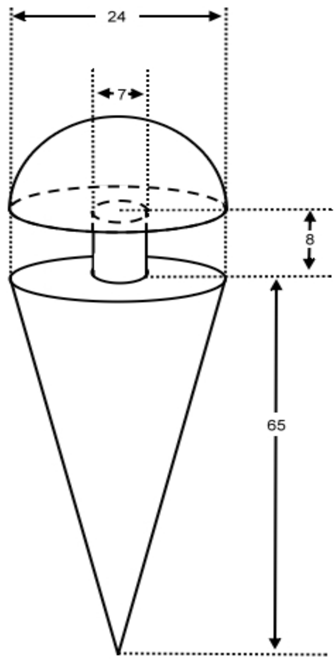
Untersuche, ob er so angefertigt werden kann, dass die Säule nicht übersteht.

2.Aufgabe (8Punkte)

Der abgebildete Flaschenverschluss ist zusammengesetzt aus einem Kreiskegel, einem Kreiszylinder und einer Halbkugel (siehe Abbildung; Maße in Millimeter).

a) Der Flaschenverschluss ist aus Stahl hergestellt.
Berechne das Gewicht des Flaschenverschlusses, wenn $1cm^3$ Stahl 7,9 g wiegt.

b) Wie tief steckt der Verschluss in einem Flaschenhals mit dem Innendurchmesser 18mm?
Welchen Flächeninhalt hat der Teil des Kegelmantels, der sich dann innerhalb der Flasche befindet?



Lösungswege

Aufgabe 1

a) Querschnitt besteht aus 6 Halbkreisen=3 Vollkreise und 6 gleichseitige Dreiecke:
3 Vollkreise mit r=1dm: $3\pi dm^2$ 6 gleichs. Dreiecke mit Seitenkante a=2dm: $6\sqrt{3}dm^2$
Gesamt: $\left(3\pi + 6\sqrt{3}\right)dm^2 \approx 19{,}82dm^2$

Volumen der Statue=Querschnitt x Höhe; also $19{,}82dm^2 \cdot 20dm = 396{,}34dm^3$

Masse=Volumen x Dichte; also $396{,}34dm^3 \cdot 2{,}55\frac{kg}{dm^3} = 1010{,}7kg.$

Antwort: Ja, die Säule wiegt mehr als eine Tonne.

b)

Volumen des Sockels= $\frac{Masse}{Dichte}$ also: $\frac{100kg}{2{,}55\frac{kg}{dm^3}} = 39{,}21dm^3$;

Um den Radius des Sockels zu ermitteln, setzt man das Volumen von oben mit der allgemeinen Volumenformel für Zylinder gleich:

$39{,}21dm^3 = \pi \cdot r^2 \cdot 1{,}5dm \rightarrow r = 2{,}884dm.$

Und damit hat der Sockel den Durchmesser d=2r=5,768dm.

Vergleich mit dem Durchmesser der Säule:

$d_{Säule} = 2 \cdot (h_{Dreieck} + r_{Halbkreis})dm = 2 \cdot (\sqrt{3} + 1)dm = 5{,}46dm.$

Antwort: Die Säule steht also nicht über.

Aufgabe 2

a)
Über das Produkt Volumen x Dichte erhält man das Gewicht. Man errechnet eben nacheinander die einzelnen Volumina und addiert sie anschließend. Aus der Abbildung entnimmt man die Maße zur Volumenberechnung:

$$V_{Kreiskegel} = \frac{1}{3}\pi r^2 h \rightarrow \frac{1}{3}\pi \cdot (12mm)^2 \cdot 65mm = 3120\pi mm^3$$

$$V_{Kreiszylinder} = \pi \cdot r^2 \cdot h \rightarrow \pi \cdot (3{,}5mm)^2 \cdot 8mm = 98\pi mm^3$$

$$V_{Halbkugel} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \rightarrow \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot (12mm)^3 = 1152\pi mm^3$$

$$V_{Flaschenverschluss} = V_{Kreiskegel} + V_{Kreiszylinder} + V_{Halbkugel} = (3120\pi + 98\pi + 1152\pi)mm^3 = \mathbf{13729}\, mm^3$$

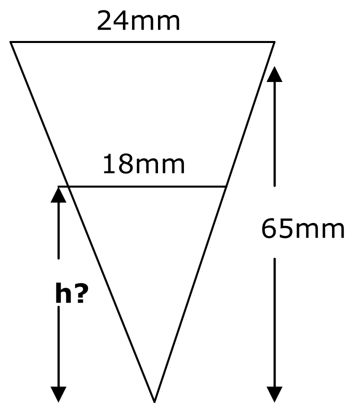
Der Umrechnungsfaktor von mm^3 in cm^3 beträgt 1000:1.

Also sind $13729mm^3 = 13{,}729cm^3$.

Gewicht des Verschlusses: $13{,}729cm^3 \cdot 7{,}9\frac{g}{cm^3} =$ **108,46 g.**

b)
Mit anderen Worten: An welcher Stelle hat der Kreiskegel einen Durchmesser von 18mm? Diese Frage kann man sehr gut mit dem Strahlensatz beantworten.

Skizze des Kreiskegels dazu:

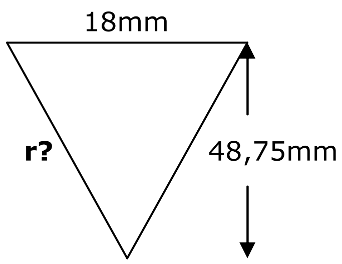


2.Strahlensatz: $\frac{18mm}{24mm} = \frac{h}{65mm} \rightarrow h = \frac{18}{24} \cdot 65mm \rightarrow h =$ **48,75mm** tief steckt der Verschluss im Flaschenhals.

<u>Kegelmantel:</u>

Rollt man einen Kegel ab, dann erhält man einen Kreisausschnitt.

Folgende Maße des kleinen Kegels sind bekannt:



Die Fläche des Kreisausschnitts kann man zu $A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot r$ errechnen:

r: mit dem Satz d. Pythagoras $r^2 = (48{,}75mm)^2 + (9mm)^2 \rightarrow$

$r = \sqrt{2457{,}56} \rightarrow r = 49{,}57mm$

b: b, der Kreisbogen, ist bei einem Kegel der Umfang des Grundkreises.

$b = U = 2 \cdot \pi \cdot 9mm = 56{,}55mm$

Damit folgt für die Fläche: $A = \frac{1}{2} \cdot 56{,}55mm \cdot 49{,}57mm = \mathbf{1401{,}6}\ mm^2$