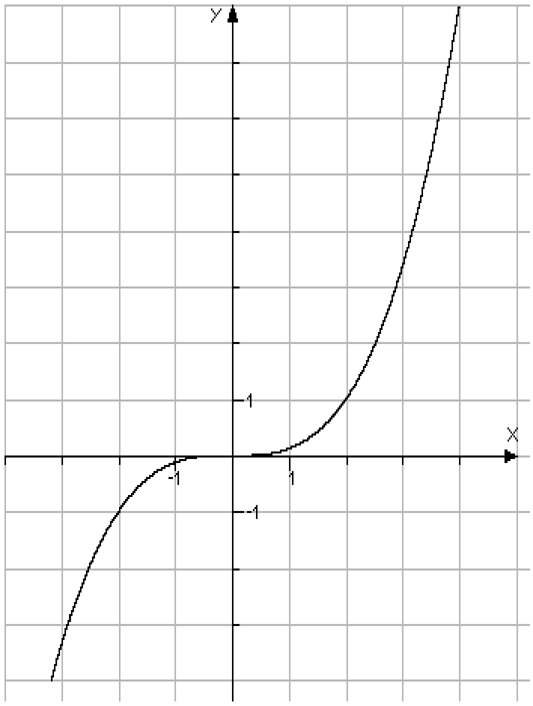
Klassenarbeit 1 Thema Potenzen Logarithmen Exp.gl. Funktionen

1.Aufgabe (8Punkte)

a) Vereinfache so weit wie möglich $\frac{b^3 - a^2 b}{2ab + 2b^2}$.



b) Löse die Gleichung $3^x + 3^{1-x} = 4$

c) Das abgebildete Schaubild gehört zu einer Funktion f mit der Gleichung

$f(x) = a \cdot x^n$; $x \in R$,

wobei $a \in R$ und $n \in N$ gilt.

Bestimme a und n mit Hilfe des Schaubildes.
In welchem Punkt schneidet das Schaubild die Gerade y= -64?

2.Aufgabe (8Punkte)

a) Vereinfache so weit wie möglich $\frac{5^{n+2} + 2 \cdot 5^n}{2 \cdot 5^n - 5^{n+1}}$

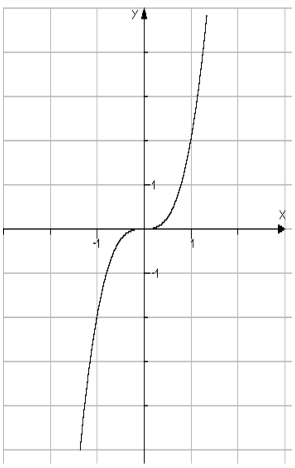
b) Löse die Gleichung $7^{x-3} - 49^x = 0$

c) Die 4 Bilder zeigen Schaubilder von Potenzfunktionen.
Ordne die Funktionen mit den Gleichungen

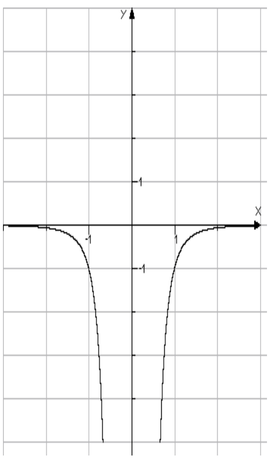
(1) $f(x) = -x^{-4}$ (2) $g(x) = 2x^3$

jeweils einem Schaubild zu.
Gib für die übrigen Schaubilder jeweils einen möglichen Funktionsterm an.

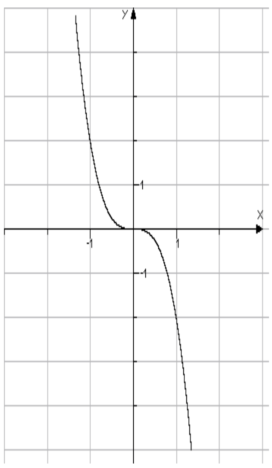
(I)



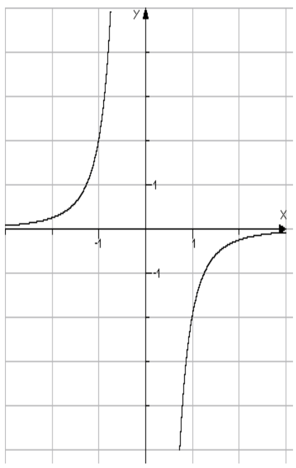
(II)



(III)



(IV)



Lösungswege
Aufgabe 1

a)

b im Zähler und Nenner ausklammern, dann kürzen: $\frac{b^3 - a^2 b}{2ab + 2b^2} = \frac{b(b^2 - a^2)}{b(2a + 2b)} = \frac{(b^2 - a^2)}{(2a + 2b)}$

Im Zähler steht dann 3.binom. Formel. Diese auf 2 Terme auseinanderziehen und kürzen:

$$\frac{(b^2 - a^2)}{(2a + 2b)} = \frac{(b-a)(b+a)}{2(a+b)} = \frac{b-a}{2}.$$

b)

3^{1-x} auf 2 Basen auseinanderziehen: $3^x + 3 \cdot 3^{-x} = 4$. Dann Substitution durchführen:

$3^x = u$. Ergibt quadrat.Gl.: $u + 3 \cdot u^{-1} = 4 \rightarrow u + \frac{3}{u} = 4$ Gl. mit u multiplizieren:

$\rightarrow u^2 + 3 = 4u$ umstellen $\rightarrow u^2 - 4u + 3 = 0$

Mit der Mitternachtsformel lösen: $u_{1/2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2} \rightarrow u_{1/2} = \frac{4 \pm 2}{2} \rightarrow u_{1/2} = \begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix}$

Die Rücksubstitution ergibt 2 Gl.:

1. $3^x = 3 \rightarrow x_1 = 1$
2. $3^x = 1 \rightarrow x_2 = 0$

c)

Das Schaubild gehört zu einer Funktion 3.Grades. Also n=3. Um noch a zu bestimmen, liest man aus dem Schaubild noch einen Punkt ab, z.B. P(2/1) und setzt ihn ein:

$\rightarrow 1 = a \cdot 2^3 \rightarrow a = \frac{1}{8}$. Somit lautet die Funktionsvorschrift: $f(x) = \frac{1}{8} \cdot x^3$

Schnitt mit y=-64: $-64 = \frac{1}{8} \cdot x^3 \rightarrow x = -\sqrt[3]{512} = -8$ Schnittpunkt S(-8/-64).

Aufgabe 2
a)

$$\frac{5^{n+2}+2\cdot 5^{n}}{2\cdot 5^{n}-5^{n+1}}=\frac{5^{n}\cdot(5^{2}+2)}{5^{n}\cdot(2-5^{1})}=\frac{27}{-3}=-9$$

also mal wieder viel Wind um Nichts. Das habt Ihr fast immer bei den Potenzaufgaben. Einfache Lösungen.

b)

Hier verteilt man einfach die Terme auf beide Seiten des Gleichheitszeichens.
Wenn man jetzt noch erkennt, dass $49=7^{2}$ ist..... perfekt:

$7^{x-3}-49^{x}=0 \rightarrow 7^{x-3}=49^{x} \rightarrow 7^{x-3}=7^{2x}$ jetzt 10er-log anwenden:

$\log 7^{x-3}=\log 7^{2x}$ mit Hilfe des 3.log. Gesetzes: $(x-3)\log 7=2x\log 7$

$\rightarrow$log7 kann man kürzen: x-3=2x $\rightarrow$ x=-3

c)

Funktion (1) kann man dem Schaubild (II) zuordnen, da

1. negative Hochzahl; deswegen Hyperbel als Schaubild.
2. gerade Hochzahl; deswegen ist Schaubild achsensymmetrisch zur y-Achse.
3. negativer Vorfaktor vor dem x-Term; deswegen liegt Schaubild unterhalb der x-Achse.

Funktion (2) kann man dem Schaubild (I) zuordnen, da

1. positive Hochzahl; deswegen ganzrationales Schaubild („parabelförmig" ohne Definitionslücken).
2. ungerade Hochzahl; deswegen punktsymmetrisch zum Ursprung.
3. positiver Vorfaktor; deswegen negative Funktionswerte auf negativem Teil der x-Achse und positive Funktionswerte auf positivem Teil der x-Achse.

Mögliche Funktionsterme für (III) und (IV):

Für (III): $h(x)=-2x^{3}$ Für (IV): $k(x)=-2x^{-3}$