Klassenarbeit 1 Thema Wahrscheinlichkeit

1.Aufgabe (12Punkte)

Eine Urne enthält zwei rote und neun schwarze Kugeln.

a) Zunächst zieht Lukas zwei Kugeln gleichzeitig.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind beide Kugeln rot?
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist genau eine der beiden Kugeln rot?

b) In einem neuen Experiment zieht Lukas eine der elf Kugeln, stellt ihre Farbe fest und legt die Kugel wieder in die Urne zurück.
Anschließend legt er eine weitere Kugel der gleichen Farbe zusätzlich in die Urne, sodass nun zwölf Kugeln in der Urne liegen.
Jetzt zieht er erneut eine Kugel aus der Urne.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist diese zuletzt gezogene Kugel rot?

c) Ausgehend von den ursprünglichen elf Kugeln führt Lukas sein Verfahren aus b) fünf Mal durch:
Ziehen einer Kugel, Feststellen ihrer Farbe, Zurücklegen der gezogenen Kugel, Hinzufügen einer weiteren Kugel derselben Farbe.

Auf diese Weise liegt nach jedem Durchgang eine Kugel mehr in der Urne.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind alle fünf gezogenen Kugeln schwarz?

2.Aufgabe (12Punkte)

Ein Würfel wurde so präpariert, dass die Augenzahl 1 mit der Wahrscheinlichkeit 0,3 und die Augenzahl 6 mit der Wahrscheinlichkeit 0,1 auftritt.
Die Augenzahlen 2,3,4 und 5 treten jeweils mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auf.

a) Der Würfel wird einmal geworfen.
Gib die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Augenzahlen an.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, eine gerade Augenzahl zu erhalten?

b) Nun wird der Würfel dreimal geworfen.
Berechne die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse:

A: Man erhält nur Sechsen.

B: Man erhält immer die gleiche Augenzahl.

C: Man erhält genau eine Sechs.

c) Bei einer Serie von n Würfen soll mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99% mindestens eine Eins auftreten. Wie groß muss n mindestens sein?

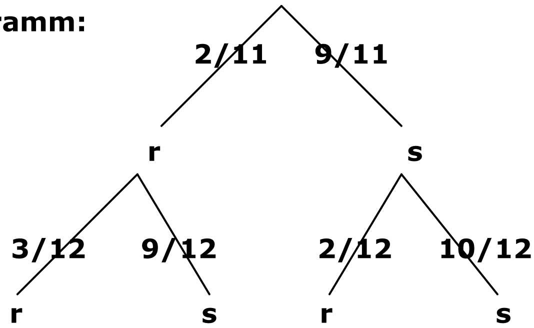
Lösungswege

Aufgabe 1

P(rot)= $\frac{2}{11}$ P(schwarz)= $\frac{9}{11}$

a) $P(rr)=\frac{2}{11}\cdot\frac{1}{10}=\frac{2}{110}=\frac{1}{55}$ $P(rs;sr)=\frac{2}{11}\cdot\frac{9}{10}+\frac{9}{11}\cdot\frac{2}{10}=\frac{36}{110}=\frac{18}{55}$

b) **Baumdiagramm:**



$$P=\frac{2}{11}\cdot\frac{3}{12}+\frac{9}{11}\cdot\frac{2}{12}=\frac{24}{132}=\frac{2}{11}$$

c) P(sssss)= $\frac{9}{11}\cdot\frac{10}{12}\cdot\frac{11}{13}\cdot\frac{12}{14}\cdot\frac{13}{15}=\frac{3}{7}$

Aufgabe 2

a)
Die Summe aller Wahrscheinlichkeiten ergibt immer 1. Auf die Augenzahlen 2,3,4 und 5 entfällt die Summe von 1-(0,1+0,3)=0,6.
Teilt man dies durch 4, da es ja 4 Zahlen sind, erhält man p=0,15:

Tabelle der Wahrscheinlichkeitsverteilung:

X=Augenzahl	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
P(**X**)	**0,3**	**0,15**	**0,15**	**0,15**	**0,15**	**0,1**

Ereignis D: „Gerade AZ“; Ergebnismenge von D=(2;4;6)

P(D)= 0,15+0,15+0,1=**0,4**

b)
P(A)= $(0{,}1)^3$ = **0,001**

P(B)= $(0{,}3)^3+4\cdot(0{,}15)^3+(0{,}1)^3=0{,}027+0{,}0135+0{,}001=$ **0,0415**

P(C)= $0{,}1\cdot 0{,}9^2\cdot 3=$ **0,243**

c) Diese Aufgaben sind sehr oft so konstruiert, dass man mit dem Gegenereignis rechnen sollte, bzw. muss. Sonst klappts gar nicht!:

$(1-0{,}3)^n = 0{,}01 \rightarrow (0{,}7)^n = 0{,}01$ 10er-log anwenden: $\log(0{,}7)^n = \log 0{,}01 \rightarrow$

mit dem 3.log-Gesetz: $n \cdot \log 0{,}7 = \log 0{,}01 \rightarrow n = \dfrac{\log 0{,}01}{\log 0{,}7} = \mathbf{12{,}91}$

d.h. ab dem 13.Wurf tritt diese Wahrscheinlichkeit ein.